



РЕГИОНАЛЬНЫЙ КОНКУРС ШКОЛЬНИКОВ ЧЕЛЯБИНСКОГО
УНИВЕРСИТЕТСКОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ОКРУГА
ПО МАТЕМАТИКЕ, ИНФОРМАТИКЕ И КРИПТОГРАФИИ 2026 г.
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ТУР, 10 класс
Максимальное количество баллов – 34

1. (5 баллов) На диске объемом 512 Мбайт используется файловая система со следующими характеристиками:
- a) Размер кластера - 4096 байт;
 - b) Каждый файл имеет размер 7000 байт;
 - c) Дополнительно к каждому файлу хранится служебная информация объемом 600 байт;
 - d) Любая часть (и данные, и служебная информация) занимает целое число кластеров;
 - e) После записи каждых 100 файлов один кластер становится недоступным из-за фрагментации.

Какое максимальное количество файлов можно записать на диск?

Решение:

Посчитаем объем диска в байтах $512 * 2^{20}$

Посчитаем количество доступных кластеров $512 * 2^{20}/4096 = 131072$

Вычислим сколько блоков необходимо для хранения файла со служебной информацией

$$7000/4096 = 1,7 \Rightarrow 2 \text{ кластера}$$

$$600/4096 < 1 \Rightarrow 1 \text{ кластера}$$

Итого 3 кластера на файл.

Учтем п. 5, тогда 435 кластеров будет недоступно $\Rightarrow (131072 - 435)/3 = 43545$ файлов будет записано на диск

Ответ: 43545.

Критерии оценивания:

Полное решение – 5 баллов

Нет решения, неверное решение, ответ без решения – 0 баллов

2. (6 баллов) Дан фрагмент электронной таблицы

	A	B	C	D	E	F
1	2	8	15	4		
2	17	7	16	1		
3	4	17	3	16		
4	7	14	14	3		
5						

В ячейки E1:E4 записали следующие формулы

Ячейка	Формула
E1	=ЕСЛИ(СЧЁТЕСЛИ(A1:D1;"<10")=3;СУММ(A1:C1);СУММ(B1:D1))
E2	=ЕСЛИ(ОСТАТ(СУММ(A2:D2);2)=0;МАКС(A1:D4)+СУММЕСЛИ(A1:D4;">10");МИН(A1:D4)+СУММЕСЛИ(A2:D2;"<10"))
E3	=ЕСЛИ(E2<15;СЧЁТЕСЛИМИН(A1:D4;">3";A1:D4;"<15") + E1;E1 - СРЗНАЧЕСЛИ(A1:D4;"<5"))
E4	=СУММ(E1:E3)

Запишите в ответ значение ячейки E4.

Решение:

Рассмотрим формулу в ячейке E1

СЧЁТЕСЛИ(A1:D1;"<10") считает количество ячеек в диапазоне A1:D1 значение которых меньше 10. Таких 3, значит в функции если считаем значение СУММ(A1:C1), получаем 25.

Рассмотрим формулу в ячейке E2

ОСТАТ(СУММ(A2:D2);2)=0 проверяет, является ли сумма чисел диапазона A2:D2 четной. Сумма нечетна => вычисляем значение МИН(A1:D4)+СУММЕСЛИ(A2:D2;"<10").

МИН(A1:D4)=1, СУММЕСЛИ(A2:D2;"<10") считает сумму чисел меньших 10 в диапазоне A2:D2, она равняется 8.

Таким образом, значение ячейки E2 = 9.

Рассмотрим формулу в ячейке E3

Значение E2 меньше 15 => выполняем СЧЁТЕСЛИМИН(A1:D4;">3";A1:D4;"<15") + E1.

СЧЁТЕСЛИМН(A1:D4;">3";A1:D4;"<15") считает количество чисел в диапазоне A1:D4, значение которых больше 3, но меньше 15. Таких 7.

Таким образом, значение ячейки E2 = 32.

Рассмотрим формулу в ячейке E4

Просуммируем значения в диапазоне E1:E3 $\Rightarrow 25 + 9 + 32 = 66$

Ответ: 66.

Критерии:

Полное решение – 6 баллов

Верный ход решения, но допущены арифметические ошибки – 4 балла

Нет решения, неверное решение, ответ без решения – 0 баллов

3. (4 балла) Студент Василий придумал новую шифровку, вот она:

ССХБЁОРВЭФЙЙМЙНЖОКСУТОЭЕВКНАГТТБЕОНЁНСОДОГШЗЖ

К шифровке прилагается вот такой ключ, использованный для шифрования:

+0-1+2-3+1+1-2+0-3+3+1-2+4+0+0+2-1-1+3-2+4-2-3

-3+1+2-3+0-2+0+1+2+3+4-3-3-2-1+0+1-2+3+4-1-2

Расшифруйте шифровку Василия.

Решение: Каждое число соответствует сдвигу алфавита, как в шифре Цезаря.

С Т У Д Е Н Т В А С И Л И Й Н Е П Л О Х О Р А З Б И Р А Е Т С Я В К Р И П Т О Г Р А Ф И И
+0-1+2-3+1+1-2+0-3+3+1-2+4+0+0+2-1-1+3-2+4-2-3
С С Х Б Ё О Р В Э Ф Й Й М Й Н Ж О К С У Т О Э Е В К Н А Г Т Т Б Е О Н Ё Н С О Д О Г Ш З Ж

Ответ: СТУДЕНТ ВАСИЛИЙ НЕПЛОХО РАЗБИРАЕТСЯ В КРИПТОГРАФИИ

Критерии оценивания:

Полное решение – 5 баллов

Только ответ без решения – 1 балл

Нет решения или неверное решение – 0 баллов

4. (5 баллов) Известно, что $n^n = 10^{10^{1003}}$. А чему в таком случае равно число n ?

Решение:

$$\begin{aligned} 10^{10^{1003}} &= 10^{10^{1000+3}} = 10^{10^{1000} \cdot 10^3} = 10^{10^{1000} \cdot 1000} = 10^{1000 \cdot 10^{1000}} \\ &= (10^{1000})^{10^{1000}} \end{aligned}$$

Ответ: **10^{1000}**

Критерии оценивания:

Полное решение – 5 баллов

Нет решения или неверное решение, ответ без решения – 0 баллов

5. (6 баллов) Студент Василий изучает основы криптографии и решил придумать собственную хеш-функцию для слов. Он знает, что хеш-функция — это способ превратить сообщение любой длины в короткое число (хеш), причём:

- одно и то же слово всегда даёт один и тот же хеш;
- восстановить слово по хешу сложно;
- иногда разные слова могут иметь одинаковый хеш — это называется коллизией.

Василий придумал хеш-функцию, работающую по следующим правилам:

- каждой букве ставим в соответствие её номер в алфавите, А=1 ... Я=33
- позиция буквы при чтении слова справа налево влияет на хеш (см. пример)
- итоговый хеш – это остаток от деления получившегося на предыдущем шаге числа на 1000.

Василий в качестве пример посчитал хеш для слова КОЛБАСА.

К = 12 (позиция 7)

О = 16 (позиция 6)

Л = 13 (позиция 5)

Б = 2 (позиция 4)

А = 1 (позиция 3)

С = 19 (позиция 2)

А = 1 (позиция 1)

Считаем хеш:

$$\begin{aligned} & 12 \cdot 5^{7-1} + 16 \cdot 5^{6-1} + 13 \cdot 5^{5-1} + 2 \cdot 5^{4-1} + 1 \cdot 5^{3-1} + 19 \cdot 5^{2-1} + 1 \cdot 5^{1-1} = \\ & = 12 \cdot 5^6 + 16 \cdot 5^5 + 13 \cdot 5^4 + 2 \cdot 5^3 + 1 \cdot 5^2 + 19 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = \\ & = 187500 + 50000 + 8125 + 250 + 25 + 95 + 1 = 245996 \end{aligned}$$

Берём остаток от деления на 1000 этого числа и получаем хеш 996.

После «колбасы» Василий нашёл хеш для своего имени ВАСИЛИЙ. А затем придумал и коллизию для слова ВАСИЛИЙ: другое слово (не обязательно существующее в русском языке, это может быть любой набор букв), хеш которого совпал с хешем слова ВАСИЛИЙ.

Что ж, а сможете ли вы вычислить хеш слова ВАСИЛИЙ и найти коллизию для этого слова?

Решение:

Найдём хеш для слова ВАСИЛИЙ.

В = 3 (позиция 7)

А = 1 (позиция 6)

С = 19 (позиция 5)

И = 10 (позиция 4)

Л = 13 (позиция 3)

И = 10 (позиция 2)

Й = 11 (позиция 1)

Считаем хеш:

$$\begin{aligned} & 3 \cdot 5^{7-1} + 1 \cdot 5^{6-1} + 19 \cdot 5^{5-1} + 10 \cdot 5^{4-1} + 13 \cdot 5^{3-1} + 10 \cdot 5^{2-1} + 11 \cdot 5^{1-1} = \\ & = 3 \cdot 5^6 + 1 \cdot 5^5 + 19 \cdot 5^4 + 10 \cdot 5^3 + 13 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5^1 + 11 \cdot 5^0 = \\ & = 46875 + 3125 + 11875 + 1250 + 325 + 50 + 11 = 63511 \end{aligned}$$

Итоговый хеш 511.

Самая простая идея для коллизии – увеличить третью букву на 1, т.е. Л=13 заменить на М=14. Это увеличит итоговую сумму на 25. Теперь 25 нужно как-то от суммы отнять. Это можно сделать уменьшив вторую букву на 5, т.е. И=10 заменить на Д=5. Получили ВАСИМДЙ.

Ответ: 511; коллизий много, например, ВАСИМДЙ.

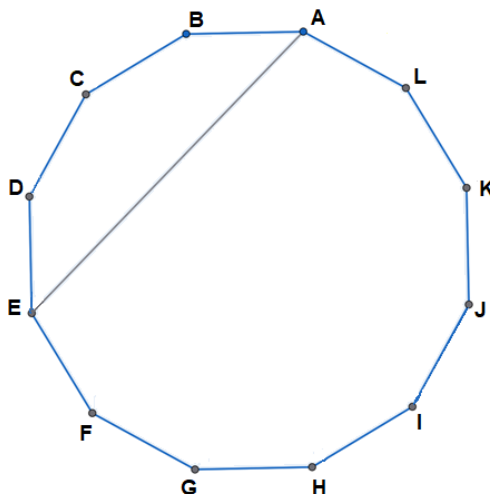
Критерии оценивания:

Правильно найден хеш – 2 балла

Приведен пример коллизии и дано пояснение к нему – 4 балла

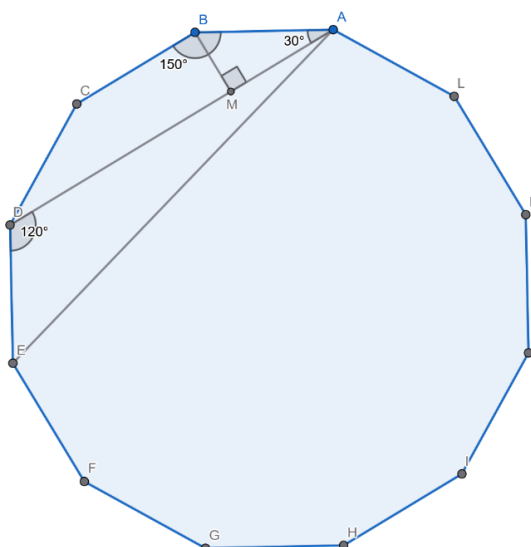
Нет решения или неверное решение, ответ без решения – 0 баллов

6. (8 баллов) Дан правильный 12-угольник со стороной 1. Чему равна площадь 5-угольника ABCDE? Чему равен квадрат длины отрезка AE?



Решение:

1) Рассмотрим равнобокую трапецию ABCD. Углы 12-угольника равны 150° , поэтому $CBD = 150^\circ$. Отсюда $BAD = CDA = 30^\circ$. Построим высоту трапеции BM, тогда сторона $AM = AB \cdot \cos(BAM) = \cos(30^\circ) = \sqrt{3}/2$.



Отсюда $AD = BC + 2AM = 1 + \sqrt{3}$. Теперь рассмотрим треугольник ADE. Угол $ADE = CDE - CDA = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ$, $DE = 1$, $DA = 1 + \sqrt{3}$. Применим теорему косинусов:

$$\begin{aligned} AE^2 &= DE^2 + DA^2 - 2 \cdot DE \cdot DA \cdot \cos(ADE) \\ AE^2 &= 1^2 + (1 + \sqrt{3})^2 - 2 \cdot 1 \cdot (1 + \sqrt{3}) \cdot (-0,5) \\ AE^2 &= 1 + 1 + 3 + 2\sqrt{3} + (1 + \sqrt{3}) = 6 + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

2) Рассмотрим равнобокую трапецию ABCD с высотой BM, $BC = 1$, $AD = 1 + \sqrt{3}$, $BM = AB \cdot \sin(BAM) = \sin(30^\circ) = 1/2$. Тогда площадь трапеции ABCD равна $\frac{BC+AD}{2} \cdot BM = \frac{1+1+\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

Теперь рассмотрим треугольник ADE. Угол $ADE = 120^\circ$, $DE = 1$, $DA = 1 + \sqrt{3}$. Тогда его площадь равна $\frac{1}{2} \cdot DE \cdot DA \cdot \sin(ADE) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1 + \sqrt{3}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3+\sqrt{3}}{4}$.

И тогда площадь ABCDE равна $\frac{2+\sqrt{3}}{4} + \frac{3+\sqrt{3}}{4} = \frac{5+2\sqrt{3}}{4}$.

Ответ: $\frac{5+2\sqrt{3}}{4}$, $6 + 3\sqrt{3}$ (4 балла за площадь; 4 балла за длину).

Критерии оценивания:

Правильно вычислена площадь – 4 балла

Правильно вычислена длина – 4 балла

Нет решения или неверное решение, ответ без решения – 0 баллов